

УДК 539.3

Віталій О. Цибульник

**Визначення напружено-деформованого стану конічних оболонок змінної в двох координатних напрямках товщини під дією локального поверхневого навантаження**

*Запропоновано розв'язок класу задач про напружено-деформований стан конічних оболонок змінної в двох координатних напрямках товщини під дією локального поверхневого навантаження на основі застосування дискретних рядів Фур'є.  
Ключові слова: конічні оболонки, змінна товщина, локальне навантаження, дискретні ряди Фур'є.*

Vitaly O. Tsybulnyk

**The definition of stress-strain state of conical shells with variable thickness in two directions under the action of local surface load**

*Solution of class of tasks about the stress-strain state of conical shells with variable thickness in two co-ordinate directions under the action of the local surface load on the basis of application of the discrete Fourier series is offered.  
Key Words: conical shells, variable thickness, local load, discrete Fourier series.*

Поряд з оболонками постійної товщини в якості конструктивних елементів широке застосування мають оболонки змінної товщини, що дозволяє досягти більш раціонального напружено-деформованого стану за рахунок закону зміни товщини при збереженні ваги конструкції. Це стосується і конічних оболонок, які використовуються як елементи машин, літальних апаратів та приборів [1,2].

Тут розглядається клас задач про напружено-деформований стан конічних оболонок змінної в двох координатних напрямках товщини під дією локального поверхневого навантаження на основі точних рівнянь теорії тонких оболонок. Середина поверхні оболонки віднесена до ортогональної системи координат  $s, \theta$ , де  $s$  – довжина дуги по меридіану, а  $\theta$  – центральний кут у паралельному крузі. Радіус окружності в поперечному перетині  $r(s) = r_0 + \cos \varphi \cdot s$ , де  $r_0$  – радіус паралельного круга в площині відліку,  $\varphi$  – кут між нормаллю до серединної поверхні оболонки та віссю обертання  $z$ . Розв'язувальна система рівнянь має вигляд [1,2,6]:

$$\frac{\partial N_r}{\partial s} = -\frac{(1-\nu)\cos\varphi}{r}N_r + \frac{\nu\sin\varphi}{r}N_z - \frac{\cos\varphi}{r}\frac{\partial S}{\partial\theta} - \frac{\nu\sin\varphi}{r^2}\frac{\partial^2 M_s}{\partial\theta^2} + \frac{(1-\nu^2)\sin^2\varphi}{r^4}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\left(D_M\frac{\partial^2 u_r}{\partial\theta^2}\right) + \frac{(1-\nu^2)D_N}{r^2}u_r -$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{(1-\nu^2) \sin \varphi \cos \varphi}{r^4} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( D_M \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} \right) + \frac{(1-\nu^2)}{r^2} D_N \frac{\partial v}{\partial \theta} - \\
 & - \frac{(1-\nu^2) \sin^2 \varphi}{r^4} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( D_M \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{(1-\nu^2) \sin \varphi \cos \varphi}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (D_M \mathcal{G}_s) - q_r; \\
 \frac{\partial N_z}{\partial s} = & - \frac{\cos \varphi}{r} N_z - \frac{\sin \varphi}{r} \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \theta} + \frac{4 \sin \varphi}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{D_M}{p_0 D_N} \mathcal{S} \right) + \frac{\nu \cos \varphi}{r^2} \frac{\partial^2 M_s}{\partial \theta^2} - \\
 & - \frac{(1-\nu^2) \sin \varphi \cos \varphi}{r^4} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( D_M \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} \right) + \frac{(1-\nu^2) \cos^2 \varphi}{r^4} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( D_M \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} \right) - \\
 & - \frac{2(1-\nu)}{r^4} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{D_M}{p_0} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) + \frac{(1-\nu^2) \sin \varphi \cos \varphi}{r^4} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( D_M \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \\
 & + \frac{(1-\nu^2) \cos^2 \varphi}{r^3} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (D_M \mathcal{G}_s) + \frac{2(1-\nu)}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{D_M}{p_0} \frac{\partial \mathcal{G}_s}{\partial \theta} \right) - q_z; \\
 \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial s} = & - \frac{\nu \cos \varphi}{r} \frac{\partial N_r}{\partial \theta} - \frac{\nu \sin \varphi}{r} \frac{\partial N_z}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \varphi}{r} \mathcal{S} - \frac{\nu \sin \varphi}{r^2} \frac{\partial M_s}{\partial \theta} + \\
 & + \frac{(1-\nu^2) \sin^2 \varphi}{r^4} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( D_M \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} \right) - \frac{(1-\nu^2)}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_N u_r) - \\
 & - \frac{(1-\nu^2) \sin \varphi \cos \varphi}{r^4} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( D_M \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} \right) - \frac{1-\nu^2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( D_N \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \\
 & - \frac{(1-\nu^2) \sin^2 \varphi}{r^4} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( D_M \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{(1-\nu^2) \sin \varphi \cos \varphi}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_M \mathcal{G}_s) - q_\theta; \\
 \frac{\partial M_s}{\partial s} = & \sin \varphi N_r - \cos \varphi N_z - \frac{4 \sin \varphi}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{D_M}{p_0 D_N} \mathcal{S} \right) - \frac{(1-\nu) \cos \varphi}{r} M_s - \\
 & - \frac{(1-\nu^2) \sin \varphi \cos \varphi}{r^3} \left( D_M \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} \right) + \frac{2(1-\nu)}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{D_M}{p_0} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) + \\
 & + \frac{(1-\nu^2) \cos^2 \varphi}{r^3} \left( D_M \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} \right) + \frac{(1-\nu^2) \sin \varphi \cos \varphi}{r^3} \left( D_M \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \\
 & - \frac{2(1-\nu)}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{D_M}{p_0} \frac{\partial \mathcal{G}_s}{\partial \theta} \right) + \frac{(1-\nu^2) \cos^2 \varphi}{r^2} (D_M \mathcal{G}_s); \\
 \frac{\partial u_r}{\partial s} = & \frac{\cos^2 \varphi}{D_N} N_r + \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{D_N} N_z - \frac{\nu \cos \varphi}{r} u_r - \frac{\nu \cos \varphi}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \sin \varphi \mathcal{G}_s; \\
 \frac{\partial u_z}{\partial s} = & \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{D_N} N_r + \frac{\sin^2 \varphi}{D_N} N_z - \frac{\nu \sin \varphi}{r} u_r - \frac{\nu \sin \varphi}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \cos \varphi \mathcal{G}_s;
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} = \frac{2}{(1-\nu)p_0 D_N} \hat{S} - \frac{\cos \varphi}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\sin \varphi}{r} \left( \frac{4D_M}{r^2 p_0 D_N} - 1 \right) \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\cos \varphi}{r} \nu - \frac{4 \sin \varphi D_M}{r^2 p_0 D_N} \frac{\partial \mathcal{G}_s}{\partial \theta};$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial s} = \frac{1}{D_M} M_s + \frac{\nu \sin \varphi}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{\nu \cos \varphi}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} - \frac{\nu \sin \varphi}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\cos \varphi}{r} \mathcal{G}_s, \quad (1)$$

де  $p_0 = 1 + \frac{4 \sin^2 \varphi D_M}{r^2 D_N}$ ,  $N_s, Q_s, S, M_s, H$  – зусилля і моменти;  $u, v, w$  – перемі-

щення;  $q_s, q_\theta, q_r$  – компоненти навантаження;  $D_N = \frac{E \cdot h(s, \theta)}{1 - \nu^2}$ ,

$D_M = \frac{E \cdot h^3(s, \theta)}{12(1 - \nu^2)}$  – тангенціальна та згинна жорсткості;  $h = h(s, \theta)$  – товщина

оболонки;  $E$  – модуль Юнга;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона. При цьому ( $0 \leq s \leq L$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ), мають місце співвідношення:

$$\begin{aligned} N_r &= N_s \cos \varphi + Q_s \sin \varphi, & N_z &= N_s \sin \varphi - Q_s \cos \varphi, \\ u_r &= u \cos \varphi + w \sin \varphi, & u_z &= u \sin \varphi - w \cos \varphi, \\ q_r &= q_s \cos \varphi + q_\theta \sin \varphi, & q_z &= q_s \sin \varphi - q_\theta \cos \varphi, \\ Q_s &= Q_s + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial \theta}, & \hat{S} &= S + \frac{2 \sin \varphi}{r} H, & \mathcal{G}_s &= -\frac{\partial w}{\partial s}. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким чином, крайова задача про напружено-деформований стан кінчної оболонки описується системою диференціальних рівнянь в частинних похідних зі змінними коефіцієнтами та відповідними граничними умовами при  $s=0$  і  $s=L$ .

В загальному випадку, оскільки коефіцієнти системи (1) залежать від  $s$  і  $\theta$ , то розділити змінні не вдається. Тому для розв'язання двовимірної крайової задачі застосуємо підхід, оснований на зведенні задачі до одновимірної шляхом застосування дискретних рядів Фур'є [2,4-6]. Для цього введемо наступні доповняльні функції:

$$\begin{aligned} \psi_1^j &= D_M \left\{ \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2}, \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2}, \frac{\partial v}{\partial \theta}, \mathcal{G}_s \right\}, (j=1,2,3,4); & \psi_5^j &= \frac{1}{D_N} \{N_r, N_z\}, (j=1,2), \\ \psi_2^j &= D_N \left\{ u_r, \frac{\partial v}{\partial \theta} \right\}, (j=1,2); & \psi_6 &= \frac{1}{p_0 D_N} \hat{S}, \\ \psi_3^j &= \frac{D_M}{p_0} \left\{ \frac{\partial u_z}{\partial \theta}, \frac{\partial \mathcal{G}_s}{\partial \theta} \right\}, (j=1,2); & \psi_7 &= \frac{1}{D_M} M_s, \\ \psi_4^j &= \frac{D_M}{p_0 D_N} \left\{ \hat{S}, \frac{\partial u_z}{\partial \theta}, \frac{\partial \mathcal{G}_s}{\partial \theta} \right\}, (j=1,2,3); & & \end{aligned} \quad (3)$$

Розкладемо розв'язувальні і доповняльні функції в ряди Фур'є по  $\theta$ .

$$X(s, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n(s) \cos \lambda_n \theta, \quad Y(s, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(s) \sin \lambda_n \theta; \quad \lambda_n = \frac{\pi n}{2} = \frac{n}{2};$$

$$X = \{N_r, N_z, M_s, u_r, u_z, \vartheta_s, \psi_1^j, \psi_2^j, \psi_3^j, \psi_4^j, \psi_5^j, \psi_6^j, q_r, q_z\},$$

$$Y = \{S, v, \psi_3^j, \psi_4^j, \psi_6^j, q_\theta\}. \quad (4)$$

Після підстановки рядів (4) в систему (1) та деяких перетворень отримуємо зв'язану систему звичайних диференціальних рівнянь для амплітудних значень рядів (4):

$$\begin{aligned} \frac{dN_r^n}{ds} = & -\frac{(1-\nu)\cos\varphi}{r}N_r^n + \frac{\nu\sin\varphi}{r}N_z^n - \frac{\cos\varphi}{r}\lambda_n S^n + \frac{\nu\sin\varphi}{r^2}\lambda_n^2 M_s^n - \\ & -\frac{(1-\nu^2)\sin^2\varphi}{r^4}\lambda_n^2 \psi_{1,n}^1 + \frac{1-\nu^2}{r^2}\psi_{2,n}^1 + \frac{(1-\nu^2)\sin\varphi\cos\varphi}{r^4}\lambda_n^2 \psi_{1,n}^2 + \\ & + \frac{1-\nu^2}{r^2}\psi_{2,n}^2 + \frac{(1-\nu^2)\sin^2\varphi}{r^4}\lambda_n^2 \psi_{1,n}^3 + \frac{(1-\nu^2)\sin\varphi\cos\varphi}{r^2}\lambda_n^2 \psi_{1,n}^4 - q_r; \\ \frac{dN_z^n}{ds} = & -\frac{\cos\varphi}{r}N_z^n - \frac{\sin\varphi}{r}\lambda_n S^n + \frac{4\sin\varphi}{r^3}\lambda_n \psi_{4,n}^1 - \frac{\nu\cos\varphi}{r^2}\lambda_n^2 M_s^n + \\ & + \frac{(1-\nu^2)\sin\varphi\cos\varphi}{r^4}\lambda_n^2 \psi_{1,n}^1 - \frac{(1-\nu^2)\cos^2\varphi}{r^4}\lambda_n^2 \psi_{1,n}^2 - \frac{2(1-\nu)}{r^4}\lambda_n \psi_{3,n}^1 - \\ & - \frac{(1-\nu^2)\sin\varphi\cos\varphi}{r^4}\lambda_n^2 \psi_{1,n}^3 - \frac{(1-\nu^2)\cos^2\varphi}{r^3}\lambda_n^2 \psi_{1,n}^4 + \frac{2(1-\nu)}{r^3}\lambda_n \psi_{3,n}^2 - q_z; \\ \frac{dS^n}{ds} = & \frac{\nu\cos\varphi}{r}\lambda_n N_r^n + \frac{\nu\sin\varphi}{r}\lambda_n N_z^n - \frac{2\cos\varphi}{r}S^n + \frac{\nu\sin\varphi}{r^2}\lambda_n M_s^n - \\ & - \frac{(1-\nu^2)\sin^2\varphi}{r^4}\lambda_n \psi_{1,n}^1 + \frac{(1-\nu^2)}{r^2}\lambda_n \psi_{2,n}^1 + \frac{(1-\nu^2)\sin\varphi\cos\varphi}{r^4}\lambda_n \psi_{1,n}^2 + \\ & + \frac{1-\nu^2}{r^2}\lambda_n \psi_{2,n}^2 + \frac{(1-\nu^2)\sin^2\varphi}{r^4}\lambda_n \psi_{1,n}^3 + \frac{(1-\nu^2)\sin\varphi\cos\varphi}{r^3}\lambda_n \psi_{1,n}^4 - q_\theta; \\ \frac{dM_s^n}{ds} = & \sin\varphi N_r^n - \cos\varphi N_z^n - \frac{4\sin\varphi}{r^2}\lambda_n \psi_{4,n}^1 - \frac{(1-\nu)\cos\varphi}{r}M_s^n - \\ & + \frac{(1-\nu^2)\sin\varphi\cos\varphi}{r^3}\psi_{1,n}^1 + \frac{2(1-\nu)}{r^3}\lambda_n \psi_{3,n}^1 + \frac{(1-\nu^2)\cos^2\varphi}{r^3}\psi_{1,n}^2 + \\ & + \frac{(1-\nu^2)\sin\varphi\cos\varphi}{r^3}\psi_{1,n}^3 - \frac{2(1-\nu)}{r^2}\lambda_n \psi_{3,n}^2 + \frac{(1-\nu^2)\cos^2\varphi}{r^2}\psi_{1,n}^4; \\ \frac{du_r^n}{ds} = & \cos^2\varphi \cdot \psi_{5,n}^1 + \sin\varphi\cos\varphi \cdot \psi_{5,n}^2 - \frac{\nu\cos\varphi}{r}u_r^n - \frac{\nu\cos\varphi}{r}\lambda_n v^n - \sin\varphi \vartheta_s^n; \\ \frac{du_z^n}{ds} = & \sin\varphi\cos\varphi \cdot \psi_{5,n}^1 + \sin^2\varphi \cdot \psi_{5,n}^2 - \frac{\nu\sin\varphi}{r}u_r^n - \frac{\nu\sin\varphi}{r}\lambda_n v^n + \cos\varphi \vartheta_s^n; \\ \frac{dv^n}{ds} = & \frac{2}{1-\nu}\psi_{6,n} + \frac{\cos\varphi}{r}\lambda_n u_r^n + \frac{4\sin\varphi}{r^3}\psi_{4,n}^2 + \frac{\sin\varphi}{r}\lambda_n u_z^n + \end{aligned}$$

$$\frac{\cos \varphi}{r} v^n - \frac{4 \sin \varphi}{r^2} \psi_{4,n}^3;$$

$$\frac{d\theta_s^n}{ds} = \psi_{7,n} - \frac{\nu \sin \varphi}{r^2} \lambda_n^2 u_r^n + \frac{\nu \cos \varphi}{r^2} \lambda_n^2 u_z^n - \frac{\nu \sin \varphi}{r^2} \lambda_n v^n - \frac{\cos \varphi}{r} \mathcal{G}_s^n; \quad (5)$$

Граничні умови для системи (5):

$$B_1 \bar{Z}(0) = \bar{b}_1, \quad B_2 \bar{Z}(L) = \bar{b}_2, \quad (6)$$

де  $\bar{Z}(s) = \{N_{r,n}, N_{z,n}, \hat{S}_n, M_{s,n}, u_{r,n}, u_{z,n}, v_n, \mathcal{G}_{s,n}\}^T$  - вектор-стовбець розв'язувальних функцій,  $B_1$  и  $B_2$  - прямокутні матриці,  $\bar{b}_1$  и  $\bar{b}_2$  - вектори.

В системі (5) функції  $\psi_{1,n}^j$  ( $j=1,2,3,4$ ),  $\psi_{2,n}^j$  ( $j=1,2$ ),  $\psi_{3,n}^j$  ( $j=1,2$ ),  $\psi_{4,n}^j$  ( $j=1,2,3$ ),  $\psi_{5,n}^j$  ( $j=1,2$ ),  $\psi_{6,n}$ ,  $\psi_{7,n}$  - амплітудні значення доповняльних функцій (3) - не виражаються явно через коефіцієнти рядів Фур'є розв'язувальних функцій, а розраховуються під час інтегрування системи (5) із застосуванням дискретних рядів Фур'є на кожному кроці  $s=const$  та залежать від амплітудних значень розв'язувальних функцій з урахуванням (3) [2,4-6].

Рівняння системи (5) інтегруються одночасно для всіх гармонік рядів (4) за допомогою чисельного метода дискретної ортогоналізації. В процесі інтегрування для розрахунку амплітудних значень доповняльних функцій за поточними значеннями амплітуд розв'язувальних функцій при  $s = s_k$  ( $k = \overline{0, K}$ ) розраховуємо в деяких точках  $\theta$ , ( $r = \overline{0, R}$ ) на інтервалі  $0 \leq \theta \leq \pi$  значення амплітуд доповняльних функцій та будуємо ряд Фур'є для дискретно заданої функції [3]. На початку інтегрування враховуються граничні умови на цьому краї. Після підстановки знайдених амплітудних значень доповняльних функцій в систему (5) продовжується інтегрування по  $s$ . При цьому розраховуємо в точках  $\theta$ , ( $1 \leq k \leq R$ ) наступні величини

$$D_M^r, D_N^r, \frac{D_M^r}{p_0^r}, \frac{D_M^r}{p_0^r D_N^r}, \frac{1}{D_N^r}, \frac{1}{p_0^r D_N^r}, \frac{1}{D_M^r}.$$

Враховуючи отримані значення та вирази доповняльних функцій через розв'язувальні (3), розраховуються значення всіх доповняльних. Використовуючи знайдені значення доповняльних функцій, будуємо дискретні ряди Фур'є у вигляді (4), коефіцієнти яких є недостатніми амплітудними значеннями доповняльних функцій при  $s=s_k$  для системи (5). За допомогою стандартної процедури знаходимо їх чисельні значення [3].

Після підстановки цих значень в рівняння системи (5) продовжуємо інтегрування по  $s$ , переходячи від точки  $s_k$  до точки  $s_{k+1}$ . Розв'язок крайової задачі (5), (6) здійснюємо за допомогою стійкого чисельного методу дискретної ортогоналізації. По значенням розв'язувальних функцій можна визначити всі фактори напружено-деформованого стану оболонки.

На основі даного підходу розв'яжемо задачу про напружено-деформований стан жорстко закріпленої на торцях конічної оболонки, що

навантажена на частині бокової поверхні нормальним навантаженням  $q(\theta) = q_0(\cos \theta - \cos \alpha)$  (рис.1).

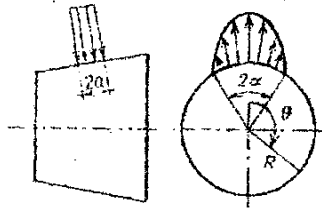


Рис.1. Конічна оболонка, навантажена на частині бокової поверхні нормальним навантаженням  $q(\theta) = q_0(\cos \theta - \cos \alpha)$

Таке навантаження можна представити у вигляді ряду

$$q(\theta) = \frac{q_0}{\pi} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha) + \frac{q_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\sin(n-1)\alpha}{n-1} - \frac{2 \sin n\alpha \cos \alpha}{n} + \frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1} \right) \cos n\theta. \quad (7)$$

Виберемо закон зміни товщини оболонки

$$h(s, \theta) = \frac{H}{1-\gamma/3} \left[ 1 - \gamma \left( \frac{2s}{L} - 1 \right)^2 \right] \cdot (1 + \beta \cos \theta), \quad (0 \leq s \leq L, 0 \leq \theta \leq 2\pi). \quad (8)$$

таким чином, що при різних  $\gamma$  і  $\beta$  величина  $\bar{h} = \int_0^L \int_0^{2\pi} h(s, \theta) ds d\theta$  не змінює свого значення, тобто виконується умова збереження ваги оболонки.

Задача розв'язувалась при  $L=30$ ;  $H=0,25$ ; середній радіус  $R=30$ ;  $\alpha=5$ ;  $\alpha=\pi/4$ . Враховувались перших 12 членів рядів (4), що гарантує достатньо точний результат [5].

На рис. 2 і 3 приведено розподіл прогину  $w$  по  $\theta$  в середньому перетині  $s=L/2$  в залежності від різних  $\beta$  при  $\gamma=0$  для випадків  $\varphi=\pi/2$  (рис.2) і  $\varphi=\pi/3$  (рис.3).

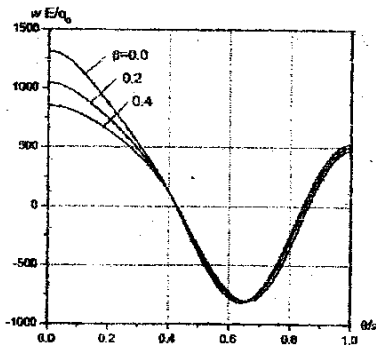


Рис.2. Розподіл прогину  $w$  по  $\theta$  в перетині  $s=L/2$  при  $\gamma=0$  для  $\varphi=\pi/2$ .

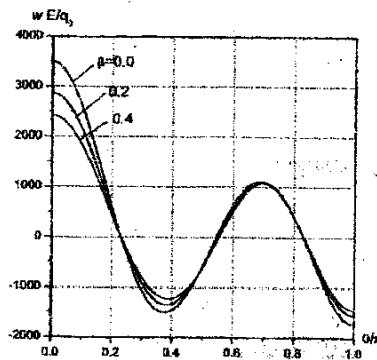


Рис.3. Розподіл прогину  $w$  по  $\theta$  в перетині  $s=L/2$  при  $\gamma=0$  для  $\varphi=\pi/3$ .

На рис. 4 і 5 приведено розподіл прогину  $w$  по  $s$  вздовж лінії  $\theta=0$  в залежності від різних  $\gamma$  при  $\beta=0$  для випадків  $\varphi=\pi/2$  (рис.2) і  $\varphi=\pi/3$  (рис.3).

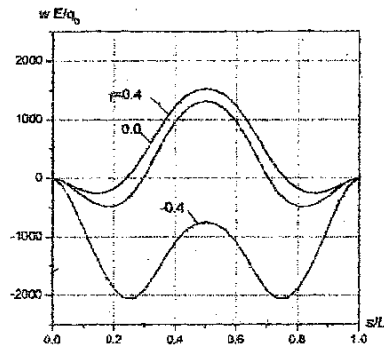


Рис.4. Розподіл прогину  $w$  по  $s$  вздовж  $\theta=0$  при  $\beta=0$  для  $\varphi=\pi/2$ .

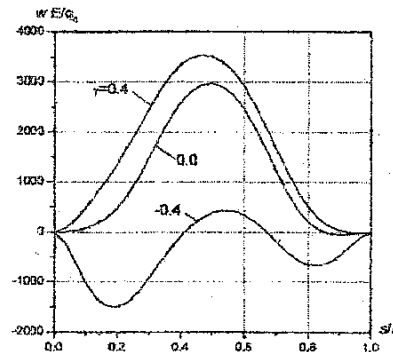


Рис.5. Розподіл прогину  $w$  по  $s$  вздовж  $\theta=0$  при  $\beta=0$  для  $\varphi=\pi/3$ .

З наведених графіків видно, що варіюючи коефіцієнтами  $\gamma$  і  $\beta$  в законі зміни товщини (8) можливо при збереженні ваги оболонки вибрати їх значення, щоб отримати найбільш раціональний розподіл прогину або інших факторів напружено-деформованого стану оболонки.

#### Література.

1. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Теория оболочек переменной жёсткости. – К.:Наук.думка, 1981. – 544с. – (Методы расчёта оболочек: В 5-ти т.; Т.4).
2. Григоренко Я. М., Мукоєд А. П. Розв'язання лінійних і нелінійних задач теорії оболонок на ЕОМ. – К.: Либідь, 1992. – 152 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.:Физматгиз, 1966 – Т.3. 656с.
4. Grigorenko Ya.M., Rozhok L.S. Discrete Fourier-series method in problems of bending of variable-thickness rectangular plates // Journal of Engineering Mathematics – 2003. – 46, p.269-280.
5. Grigorenko Ya.M., Tsybulnik V.A. On Application of Discrete Fourier Series to Analysis of the Stress State of Cylindrical Shells of Variable Thickness at Arbitrary Restraint of Faces // Int. Appl. Mech. – 2005. – 41, N6. – p.655-664.
6. Grigorenko Ya.M., Tsybulnik V.A. Solving the conical shells' with variable thickness in circular direction problem with discrete Fourier series application // Int. Appl. Mech. – 2005. – 41, N9. – p.978-989.

Надійшла до редакції 29 вересня 2005р.